Analisi sulla Rappresentazione Corticale dell'Informazione Visiva attraverso Mappe di Orientamenti

Silvio P. Sabatini
Dipartimento di Ingegneria Biofisica ed Elettronica
Università di Genova-Via all'Opera Pia 11/A-16145 Genova
tel: +39 10 3532163, fax: +39 10 3532795, e_mail: silvio@dibe.unige.it

1 Introduzione

Nel campo dell'elaborazione di immagini è importante estrarre da queste, un insieme di *features* (elementi caratterizzanti l'immagine che ne consentono la descrizione e su cui basare il riconoscimento) e farle poi interagire per ottenere una prima rappresentazione dell'immagine. L'introduzione del concetto di campo recettivo consente di trasformare l'immagine, da un mosaico di punti luminosi ad una serie di immagini virtuali, in cui ciascun punto viene messo in relazione con ciò che lo circonda. Un campo recettivo è infatti in grado di cogliere aspetti relazionali a livello locale, in quanto integra nello spazio le informazioni visive su un dominio spazialmente organizzato. Fra i campi recettivi, grande interesse è stato rivolto a quelli delle cellule corticali che per la loro caratteristica forma allungata, rendono le cellule sensibili, non solo alla posizione dello stimolo, ma anche al suo orientamento rispetto alle coordinate principali. L'organizzazione dei campi recettivi orientati sulla superficie corticale non è casuale, bensì rispetta un'organizzazione ordinata e ripetitiva, che prende il nome di *mappa degli orientamenti*. La particolare disposizione delle cellule selettive all'orientamento può essere interpretata in termini di trasformazioni finalizzate a ridurre la dimensionalità dello spazio delle *features*. In questo modo, distanze nello spazio reale rappresentano contemporaneamente relazioni di vicinanza nel sottospazio degli orientamenti [1].

In questo lavoro abbiamo valutato le proprietà di elaborazione delle mappe degli orientamenti utilizzando gli strumenti della teoria dell'informazione per misurare il flusso trasversale di informazione sulla mappa che avviene per effetto della sovrapposizione dei campi recettivi.

2 Informazione Mutua Direzionale

Il tratto del percorso ottico che va dalla retina ai primi strati della corteccia può essere modellato da una trasformazione tra un piano di ingresso $(\mathbf{x})$, e un piano di uscita $(\mathbf{y})$, corrispondenti rispettivamente alla retina e alla superficie corticale. Detto $i(\mathbf{x})$ lo stimolo visivo, l'attività $e(\mathbf{y_i})$ di una cellula corticale può essere scritta come $e\,(\mathbf{y_i}) = \iint k\,(\mathbf{x};\mathbf{y_i})\,i\,(\mathbf{x})\,d\mathbf{x}$, dove $k\,(\mathbf{x};\mathbf{y_i})$ rappresenta il campo recettivo della cellula in $\mathbf{y_i}$. In questo lavoro assumiamo che tutte le cellule abbiano un campo recettivo con profilo gaussiano a sezione ellittica, invariante rispetto alla posizione sul piano corticale, eccetto che per l'orientamento che varia secondo la mappa degli orientamenti $\theta(\mathbf{y_i})$. Supponiamo $i(\mathbf{x})$ un processo stocastico gaussiano bianco a valor medio nullo e varianza unitaria, così che l'attività corticale risulti ancora un processo gaussiano con valor medio nullo e varianza S_0 pari all'energia del campo recettivo. Per valutare la quantità di informazione trasmessa trasversalmente sulla mappa ci proponiamo di misurare quanto è correlata l'attività di un punto della corteccia con quella dei suoi vicini o, in altre parole, quanta incertezza sul valore di $e(\mathbf{y_0})$ rimane dopo aver misurato l'attività corticale nei punti di un intorno di $\mathbf{y_0}$. Fissato un punto $\mathbf{y_0}$ sulla superficie corticale e una direzione di fuga ϕ, $I_n^\phi(\mathbf{y_0}) = I(e(\mathbf{y_0}), e^\phi(\mathbf{y_1}), \ldots, e^\phi(\mathbf{y_n}))$ rappresenta l'informazione media sull'attività corticale in $\mathbf{y_0}$, note le attività di n cellule lungo la direzione ϕ. Secondo le ipotesi fatte, l'informazione mutua può essere scritta come $I_n^\phi(\mathbf{y_0}) = 1/2 \log(S_0/P_n^\phi)$ dove: $P_n^\phi = R_{00} - R_0^\phi R_\phi^{-1} (R_0^\phi)^T$, $R_0^\phi : [R_{01}^\phi, \ldots, R_{0n}^\phi]$, $R_{0j}^\phi = E\{e(\mathbf{y_0}) e^\phi(\mathbf{y_j})\}$, $R_\phi = E\{Y_\phi^T Y_\phi\}$, $Y_\phi : [e^\phi(\mathbf{y_1}), \ldots, e^\phi(\mathbf{y_n})]$ [2]. In generale, il calcolo della matrice di autocorrelazione R è strettamente legato alla statistica del segnale di ingresso; tuttavia se i segnali di ingresso sono mutualmente indipendenti spazialmente con una distribuzione statistica normale, l'informazione mutua dipende solo dalla struttura spaziale della mappa di orientamenti. Il calcolo dell'informazione mutua direzionale lungo diverse direzioni e rispetto a differenti centri sulla mappa, consente di valutare il grado di anisotropia della quantità di informazione. In Fig. 1 sono mostrate tre mappe [4] e i corrispondenti diagrammi polari dell'informazione mutua I_n^ϕ relativi al punto centrale delle mappe.

3 Discussione e Conclusioni

Le capacità elaborative della corteccia visiva possono essere valutate secondo differenti scale di osservazione. A livello di singole cellule, i campi recettivi operano come estrattori di caratteristiche spaziali. A livello globale, la mappa degli orientamenti nel suo insieme mette in evidenza come popolazioni di cellule riunite in strutture ordinate cooperano per ottenere descrittori dell'immagine di più alto livello. Questo processo di interazione può essere caratterizzato indagando come l'informazione su ogni piccola porzione nel campo visivo influenza l'attività di cellule vicine sulla corteccia in base alla sovrapposizione dei loro campi recettivi e alle interazioni reciproche. In questo lavoro, abbiamo supposto la totale assenza di interazioni reciproche e abbiamo concentrato la nostra attenzione sulla sola sovrapposizione. Il modo in cui si sovrappongono i campi recettivi di cellule fisicamente vicine dipende dalla loro forma, dalla loro dimensione e dalla loro posizione relativa in base alla mappa degli orientamenti. Questa sovrapposizione influenza la rappresentazione locale dell'informazione visiva e può essere quantificata considerando la funzione di autocorrelazione dell'attività corticale. Per avere una rappresentazione uniforme del segnale di ingresso e una eguale allocazione delle risorse sul campo visivo, è necessario avere una eguale allocazione di cellule con diversi orientamenti preferenziali per ciascun punto nel piano di ingresso. Sono quindi da preferire quelle mappe degli orientamenti caratterizzate da una invarianza media della funzione di autocorrelazione, che massimizzano l'incertezza spaziale [3]. In questo lavoro abbiamo tratto analoghe conclusioni misurando l'informazione mutua direzionale in ciascuna locazione del piano corticale, e usando questa quantità come fattore di merito delle mappe di orientamento o come un vincolo per il progetto di mappe di orientamento artificiali. Usando questi criteri quantitativi, possiamo caratterizzare differenti mappe. Abbiamo osservato (vedi Fig. 1b,c,e,f) che le disposizioni di orientamenti in configurazioni “a spirale” sono caratterizzate da una buona isotropia dell’informazione mutua, assicurando cosí buone proprietà di spazio invarianza dell’intera mappa. Al contrario, forti anisotropie si sono misurate per mappe striate.

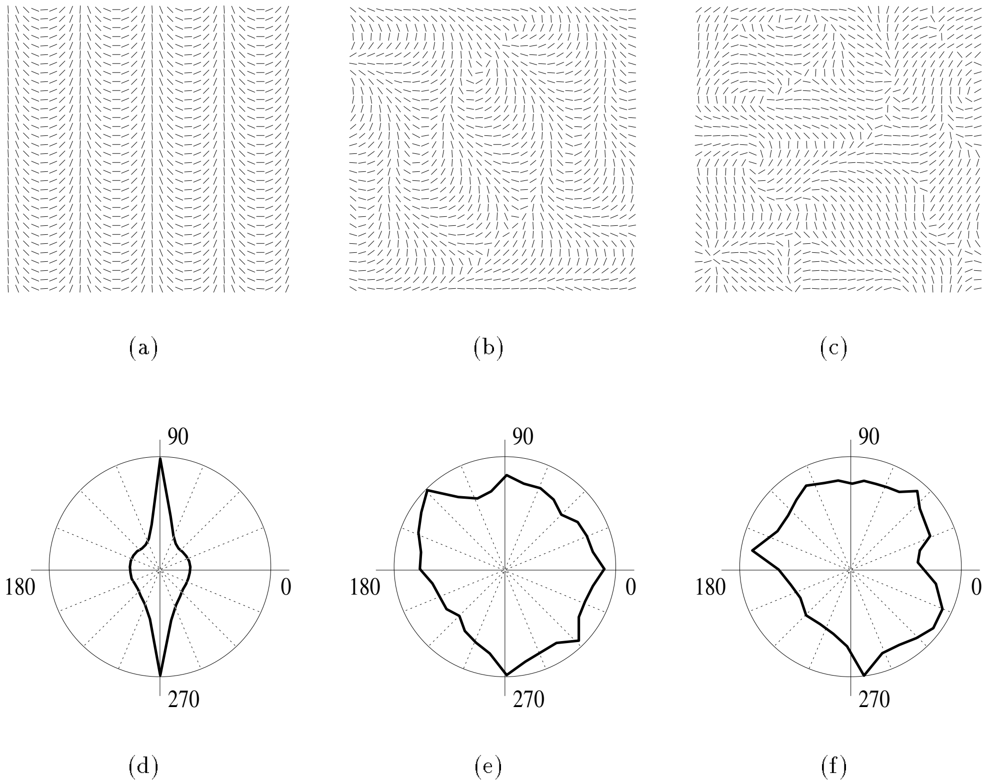

Figura 1: (a) esempio di mappa “striata”; (b) e (c) mappe “a spirale”; (d), (e), (f) i corrispondenti diagrammi polari dell’informazione mutua I^{ϕ} relativi al centro delle tre mappe.

Riferimenti

[1] R. Durbin and G. Mitchison. A dimension reduction framework for understanding cortical maps. *Nature*, 343:644–647, 1990.

[2] A. Papoulis. *Probability, random variables, and stochastic processes.* McGraw-Hill, 1987.

[3] S.P. Sabatini, L. Raffo, and G.M. Bisio. Anisotropic correlation properties in the spatial structure of cortical orientation maps. In *Proc. ICANN94 - Sorrento - Italy*, pages 170–173, 1994.

[4] F. Wörgötter and E. Niebur. Cortical column design: A link between the map of preferred orientation and orientation tuning strength? *Biol. Cybern.*, 70:1–13, 1993.